

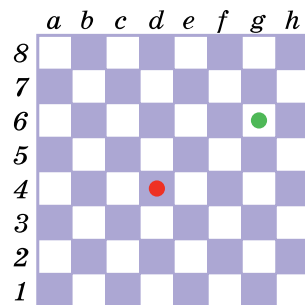
Выигрышные стратегии

Продолжим изучение игр и поиск выигрышных стратегий путём исследования всех позиций игры. Ты знаешь, что у большинства игр дерева игры слишком велики, чтобы мы могли исследовать все позиции такой игры на дереве. Если каждую позицию можно представить в виде числа (как в играх *Камешки* и *Сотня*), то все позиции такой игры можно разместить на числовой линейке и исследовать по порядку. Это возможно только тогда, когда разных позиций-чисел не слишком много.

Рассмотрим другие примеры игр, все позиции которых мы можем удобно расположить.

Таковыми играми, например, являются игры на шахматной доске, в которых игра ведётся только одной фигурой. В такой игре каждая позиция соответствует тому полю шахматной доски, на котором находится фигура (*полем* в шахматах называется клетка шахматной доски). Исследовав все поля шахматной доски, мы исследуем *все возможные позиции* игры.

Каждое поле шахматной доски имеет имя, состоящее из латинской буквы и цифры. Например, поле с красной точкой имеет имя *d4*, а поле с зелёной точкой — имя *g6*.

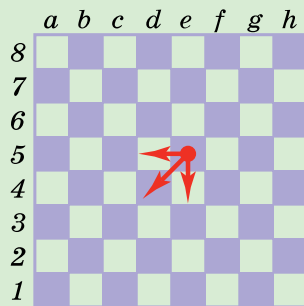


Правила игры *Король*

Начальная позиция. Игра ведётся на шахматной доске, король стоит на одном из полей (на каком именно, устанавливается дополнительными правилами).

Возможные ходы. На каждом ходу игрок передвигает короля на одно поле влево, или на одно поле вниз, или на одно поле влево-вниз по диагонали.

Как определить победителя. Игра заканчивается, если король оказывается в левом нижнем углу доски — на поле *a1*. Выигрывает игрок, который сделал последний ход.



Исследуем все позиции игры *Король* с начальной позицией *d4*. Возьмём рисунок шахматной доски, не раскрашенный в шахматном порядке: ведь шахматная раскраска в этой игре роли не играет, а нам при раскрашивании полей она будет мешать. Выигрышные позиции будем раскрашивать красным цветом, проигрышные — синим.

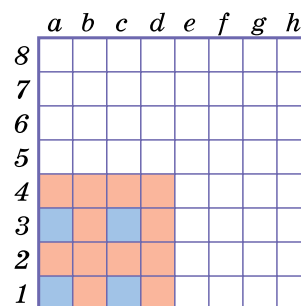
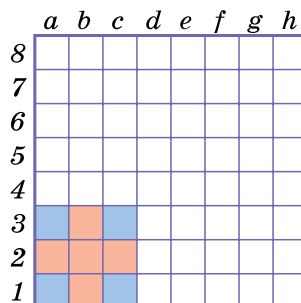
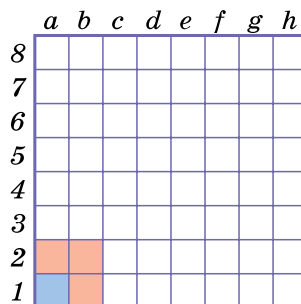
Начнём с заключительной позиции — поля *a1*. Эта позиция проигрышная. Все позиции, из которых за один ход можно попасть на поле *a1*, — поля *a2*, *b2*, *b1* — выигрышные позиции. Далее выбираем для исследования только те поля, все ходы из которых ведут на уже раскрашенные поля.

С поля *a3* можно пойти только на поле *a2* (выигрышное) — значит, позиция *a3* проигрышная. Аналогично этому позиция *c1* проигрышная. Из позиции *b3* можно перейти в проигрышную позицию *a3* — значит, позиция *b3* выигрышная. Аналогично этому выигрышной является позиция *c2*. Все ходы из позиции *c3* ведут в выигрышные позиции, поэтому позиция *c3* проигрышная.

Мы будем раскрашивать поля, пока не раскрасим все поля квадрата 4×4 . Остальные поля доски раскрашивать не надо, потому что они не являются позициями игры *Король* с начальной позицией *d4*.

Начальная позиция (поле *d4*) выигрышная; значит, выигрышная стратегия есть у Первого, и заключается она в следующем:

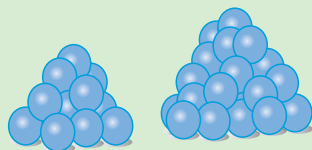
1. Пойти на поле *c3*;
2. В зависимости от хода Второго пойти на поле *c1* либо на поле *a3*;
3. Какой бы ход ни сделал Второй, пойти на поле *a1*.



Есть и другие игры, для которых все позиции можно расположить в таблице, похожей на изображение шахматной доски. Такова, например, игра *Две кучи камешков*.

Правила игры *Две кучи камешков*

Начальная позиция. Две кучи камешков (количество камешков в каждой куче устанавливается дополнительными правилами).



Возможные ходы. На каждом ходу игрок может взять либо один камешек из одной из куч, либо по одному камешку из обеих куч одновременно.

Как определить победителя. Игра заканчивается, если все камешки закончились. Выигрывает тот игрок, который забрал последний камешек.

Каждая позиция этой игры — это две кучи камешков; её можно представить в виде пары чисел, где первое число — количество камешков в первой куче, а второе — во второй. Например, пара (5; 2) — позиция игры, где в первой куче 5 камешков, а во второй — 2.

Все возможные позиции такой игры можно расположить в таблице, столбцы и строки которой занумерованы числами 0, 1, 2 и т. д. Каждая клетка таблицы соответствует некоторой позиции: номер столбца, в котором находится данная клетка, — это число камешков в первой куче, а номер строки — число камешков во второй.

На рисунке справа показана таблица для игры *Две кучи камешков*, где в начальной позиции в первой куче 6 камешков, а во второй — 7. Зелёной точкой помечена клетка, соответствующая позиции (5; 2).

При помощи такой таблицы все позиции данной игры можно исследовать так же, как мы исследовали позиции игры *Король*. Это ты сделаешь, когда будешь решать задачи.

	0	1	2	3	4	5	6
0							
1							
2						●	
3							
4							
5							
6							
7							

128

Исследуй все позиции игры *Король* с начальной позицией *h8*:
 1) раскрась шахматную доску, начиная с заключительной позиции — с клетки *a1*;
 2) определи, выигрышной или проигрышной будет начальная позиция, а значит, выясни, у кого из игроков есть выигрышная стратегия.

129

Даны правила игры *Ладья*.

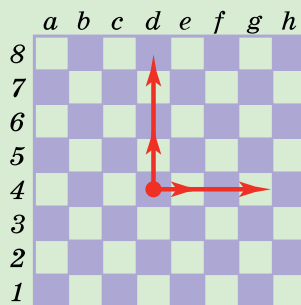
Правила игры *Ладья*



Начальная позиция. Игра ведётся на шахматной доске, ладья стоит на одном из полей (на каком именно — устанавливается дополнительными правилами).

Возможные ходы. На каждом ходу игрок передвигает ладью на сколько угодно полей вправо или на сколько угодно полей вверх.

Как определить победителя. Игра заканчивается, если ладья оказывается в правом верхнем углу доски — на поле *h8*. Выигрывает игрок, который сделал последний ход.



Сыграй с соседом по парте две партии в игру *Ладья* с начальной позицией *a1* и две партии с начальной позицией *a2*. Нарисуй на шахматной доске путь, который прошла ладья в ходе одной из сыгранных вами партий.

130

Определи, при каких начальных позициях в игре *Ладья* выигрышная стратегия есть у Первого и при каких — у Второго:
 1) раскрась шахматную доску, начиная с заключительной позиции — поля *h8*;
 2) постарайся коротко описать, при каких начальных позициях выигрышную стратегию имеет Первый и при каких — Второй;
 3) сформулируй выигрышную стратегию для Первого в игре с начальной позицией на поле *a2*;
 4) сформулируй выигрышную стратегию для Второго в игре с начальной позицией на поле *a1*.

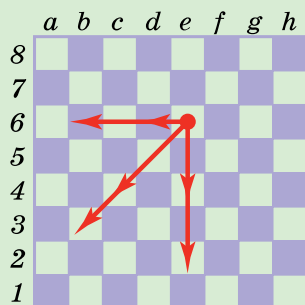


Правила игры Ферзь

Начальная позиция. Игра ведётся на шахматной доске, ферзь стоит на одном из полей (на каком именно — устанавливается дополнительными правилами).

Возможные ходы. На каждом ходу игрок передвигает ферзя на сколько угодно полей: влево, вниз или по диагонали влево-вниз.

Как определить победителя. Игра заканчивается, если ферзь оказывается в левом нижнем углу доски — на поле $a1$. Выигрывает игрок, который сделал последний ход.

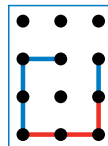


Найди выигрышную стратегию в игре Ферзь с начальной позицией $g8$ и в той же игре с начальной позицией $h5$:

- 1) раскрась все поля шахматной доски, начиная с заключительной позиции — поля $a1$;
- 2) для каждой из двух начальных позиций ($g8$ и $h5$) определи, какой она будет — выигрышной или проигрышной, а значит, у кого из игроков есть в игре с этой начальной позицией выигрышная стратегия;
- 3) сформулируй выигрышную стратегию для каждой из этих двух начальных позиций.

Выпиши имена шести полей, с начальными позициями в которых в игре Ферзь выигрышная стратегия есть у Первого. Выпиши имена ещё шести полей, с начальными позициями в которых в игре Ферзь выигрышная стратегия есть у Второго.

Построй часть дерева игры Ползунок с данной позицией в элементе первого уровня. По образцу, приведённому на странице 78, дай всем элементам полученного дерева имена и найди выигрышную стратегию окончания игры из этой позиции.



Для этого проведи исследование, как в задаче 124.

133

Найди выигрышную стратегию в игре *Две кучи камешков* с начальной позицией (4; 5): раскрась поле, начиная с заключительной позиции — клетки (0; 0), и определи, какой будет начальная позиция — выигрышной или проигрышной, а значит, у кого из игроков есть выигрышная стратегия. Запиши последовательность позиций какой-нибудь партии, в которой один из игроков использует выигрышную стратегию, а другой на первом своём ходу берёт по одному камешку из каждой кучи, а на следующем берёт один камешек из одной из куч (позиции обозначай парами чисел).

	0	1	2	3	4
0					
1					
2					
3					
4					
5					

134

Построй два разных множества, для каждого из которых истинны все следующие утверждения:

Все элементы этого множества — двузначные нечётные числа.

Сумма цифр каждого числа из этого множества равна 10.

Самое большое число из этого множества на 1 меньше суммы всех остальных чисел из этого множества.

135

Составь алгоритм со следующим заголовком:

```

алг переход в противоположный угол
  дано | Робот стоит в каком-то углу поля
        | размером 10×14 клеток, на поле
        | стен нет
  надо | Робот перешёл в противоположный
        | угол
  
```

136

Робот находится внутри тупика: горизонтального коридора без боковых выходов, закрытого с одного из концов (правого или левого — неизвестно). Составь алгоритм, выводящий *Робота* из этого коридора, если известно, что в начальном состоянии он находится на расстоянии 10 шагов до выхода из коридора и в 10 шагах до закрытого его конца.

137

Реши задачу, используя поиск выигрышной стратегии в игре. Алёша Попович и Добрыня Никитич воюют с девятиглавым змеем. По очереди богатыри ходят к его пещере и отрубают 1, 2 или 3 головы. Как начавшему бой Алёше обрести славу победителя змея (отрубить последнюю голову)?

**138**

Найди выигрышную стратегию в игре *Камешки* (начальная позиция **10**, разрешается брать **1, 2** или **3** камешка).



Для этого исследуй все позиции игры, раскрась числовую линейку. Выясни, у кого из игроков есть выигрышная стратегия. Построй последовательность позиций такой партии, в которой игрок следует выигрышной стратегии, а его противник на каждом ходу берёт **2** камешка.

139

Прочитай описание игры *Назови 26*.

Играют двое.

Первый игрок называет любое натуральное число, не превосходящее 4, т. е. одно из чисел 1, 2, 3, 4.

Второй игрок прибавляет к названному числу своё число, также не превосходящее 4.

К этой сумме первый прибавляет какое-либо натуральное число, не превосходящее 4, и сообщает сумму и т. д.

Выигрывает тот, кто первым достигнет числа 26.

Сформулируй правила этой игры как игры с полной информацией. Найди выигрышную стратегию в этой игре.

140

Нарисуй в тетради по клеткам два разных прямоугольных треугольника, площадь каждого из которых равна 12 ед. кв.