

Автомат-сортировщик

Теперь мы познакомимся с методом половинного деления, анализируя игру *Угадай число*.

Но сначала поговорим о сортировках и роботах-сортировщиках.

Представим себе Автомат, который умеет сортировать элементы множеств. Будем называть его Автомат-сортировщик. Наш Автомат-сортировщик на каждом этапе сортировки разделяет каждое множество на две непустые части. На первом этапе Автомат разделяет исходное множество на две части, на втором разделяет каждую из двух полученных частей ещё на две и так далее, пока в каждой части не останется только один элемент. Если Автомату попадается множество, состоящее только из одного элемента, то он с таким множеством ничего не делает — оставляет его как есть. Для удобства назовём такой Автомат-сортировщик *Простым автоматом*.

Пусть дано множество A чисел от 11 до 20.

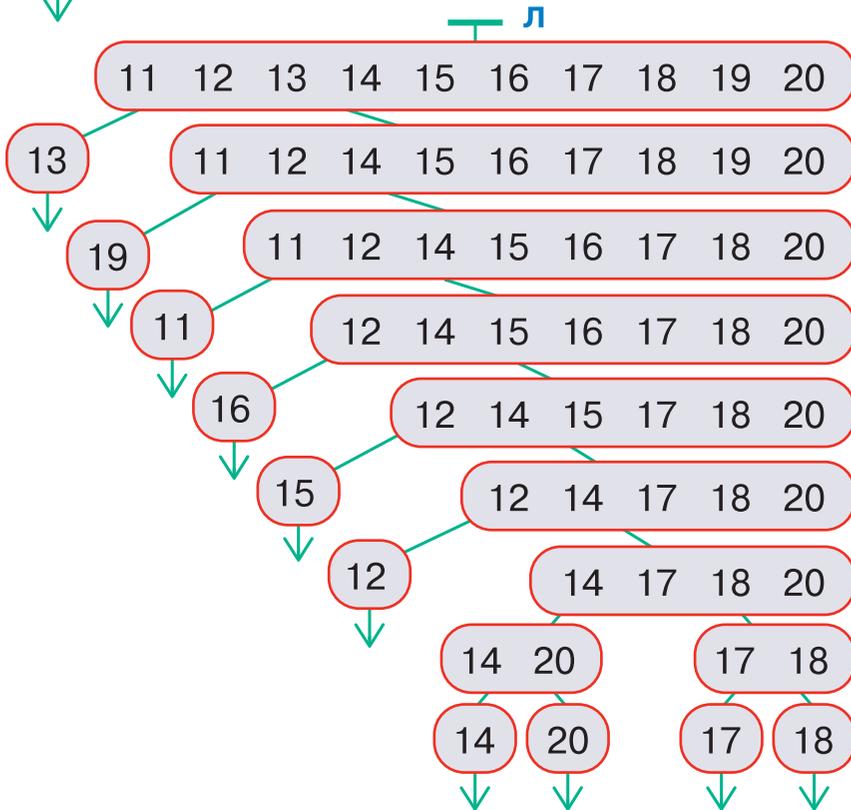
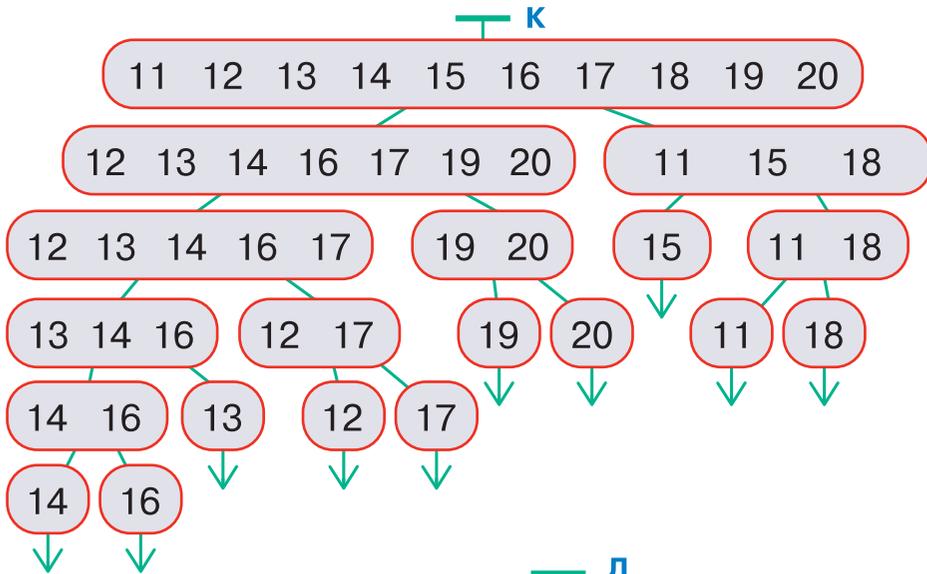
A

11	13	15	17	19
12	14	16	18	20

Дадим *Простому автомату* задание рассортировать это множество. На следующей странице приведены два примера деревьев такой сортировки.

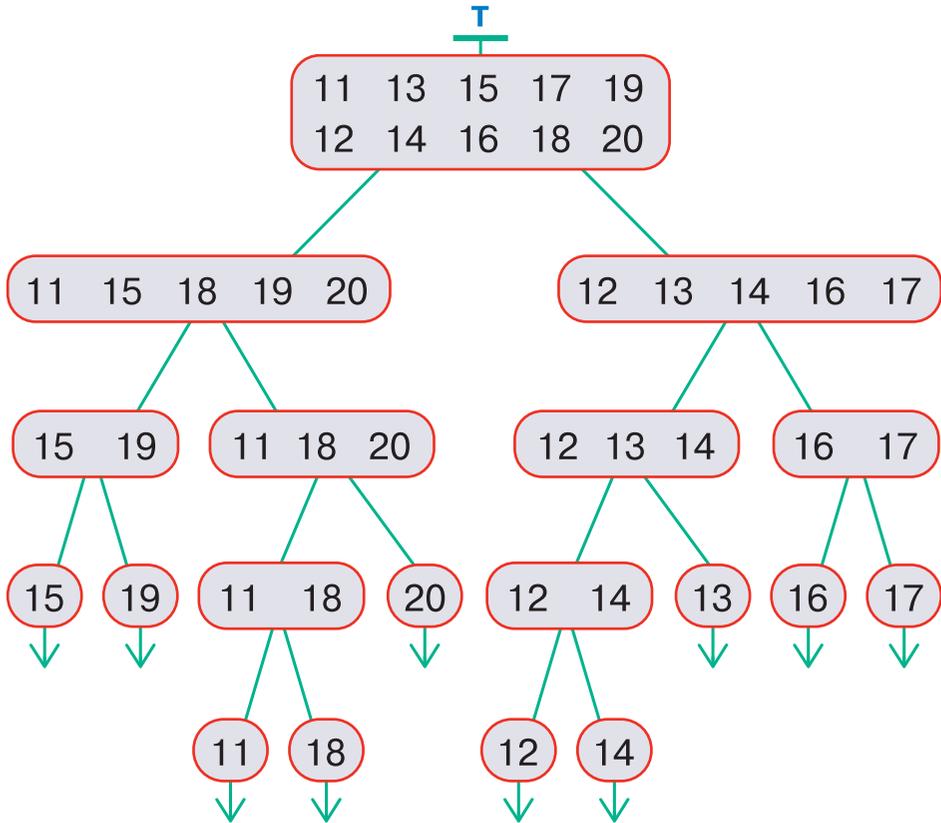
В сортировке с деревом K было 5 этапов, в сортировке с деревом L — 8 этапов. Как видите, сортировка *Простым автоматом* одного и того же множества может быть разной — множество A можно рассортировать и в 5 этапов, и в 8 этапов (можно даже в 9 этапов!).

Давайте теперь усовершенствуем *Простой автомат*. Пусть теперь Автомат-сортировщик не просто разделяет множество на две части, а всегда разделяет его *примерно пополам*. Если в исходном множестве было чётное число элементов, то в множествах, полученных после деления, элементов будет поровну, а если в исходном множестве было нечётное число элементов, то в полученных множествах число элементов будет



различаться на 1. Такой усовершенствованный Автомат-сортировщик мы назовём *Половинным разделителем*.

Вот пример дерева сортировки *Половинным разделителем*:



! При всех способах сортировки одного и того же множества *Половинным разделителем* число элементов дерева сортировки будет одним и тем же. Никакой Автомат-сортировщик не сможет рассортировать элементы множества за меньшее число этапов, чем *Половинный разделитель*.

209

Нарисуй какое-нибудь дерево сортировки *Половинным разделителем* множества всех гласных букв русского алфавита. Сколько уровней в твоём дереве? Сколько этапов в сортировке по этому дереву?

210

Вот описание игры *Угадай число*.

В игре *Угадай число* участвуют двое игроков: Водящий и Угадывающий. Водящий загадывает любое число, обычно от 1 и до заранее определённого числа. Угадывающий должен отгадать это число, задавая Водящему вопросы, на которые можно ответить только «Да» или «Нет».

Вопросы можно задавать самые разные, например, не хочется ли Водящему съесть яблоко. Можно просто перебирать числа: «Это число 1? Это число 2? и т. д.» Но так игра затянется надолго. Поэтому нужно установить, за какое число вопросов отгадывается число.

Сыграйте с соседом по парте четыре партии в игру *Угадай число* с такими правилами: разрешается загадывать число от 1 до 16, разрешённое количество вопросов — четыре. Если за четыре или меньше вопросов Угадывающий называет число, игра заканчивается и выиграл Угадывающий. Если после четвёртого вопроса число не отгадано, то партия закончилась выигрышем Водящего. Заполни таблицу соревнования.

Игроки Партии	Твоё имя	Имя соседа
1-я партия		
2-я партия		
3-я партия		
4-я партия		

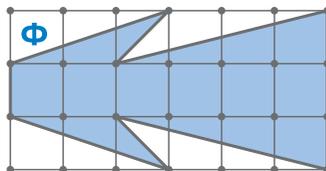
211

Реши задачу.

В магазин привезли 223 л молока в бидонах по 10 л и по 17 л. Сколько было бидонов?

212

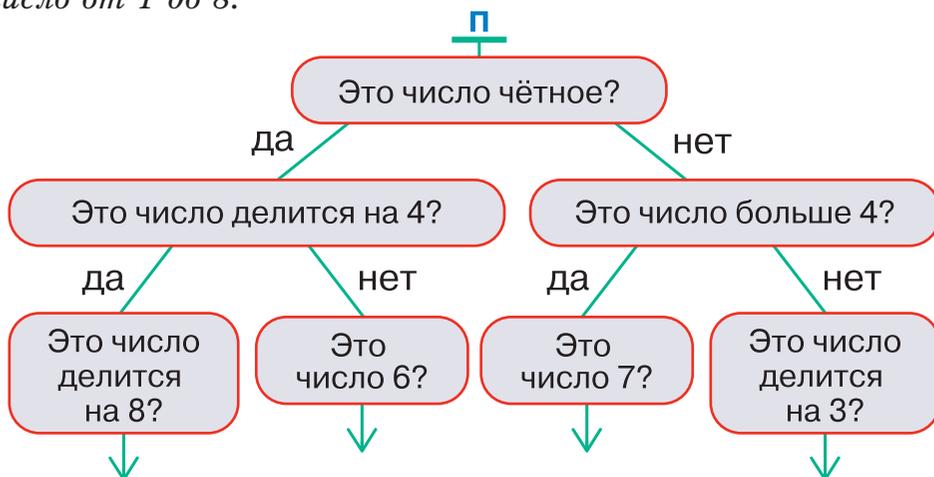
Найди площадь многоугольника Ф.



Метод половинного деления

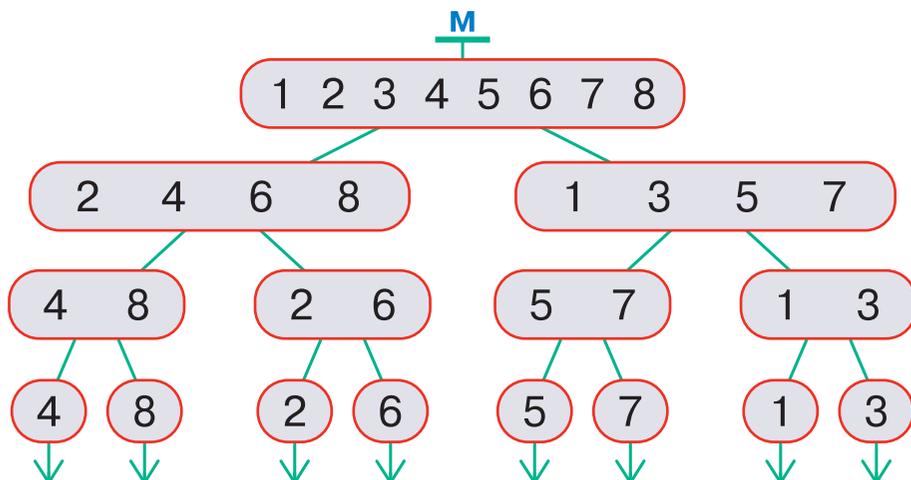
Подумаем, как играть в игру *Угадай число* (правила игры см. в задаче 210), чтобы наверняка угадать число за заданное число вопросов. Так как мы хотим угадать число наверняка, то нам придётся спланировать игру для любого задуманного числа, т. е. придумать все возможные вопросы, которые мы зададим Водящему в зависимости от его ответов. Сложность в том, что заранее составить список вопросов здесь невозможно — ведь каждый следующий вопрос зависит от того, как ответил Водящий на предыдущий вопрос — «Да» или «Нет». Поэтому придётся строить дерево вопросов. После каждого вопроса должны следовать два: один вопрос задаётся в случае ответа «Да», другой — в случае ответа «Нет».

Рассмотри пример такого дерева вопросов для игры *Угадай число от 1 до 8*.



Обрати внимание, что ответ на любой правильно поставленный вопрос разделяет исходное множество чисел на два множества: одно, для чисел которого на данный вопрос правильно ответить «Да», другое, для чисел которого на данный вопрос правильно ответить «Нет». Значит, по каждому дереву вопросов можно построить дерево сортировки исходного множества чисел *Простым автоматом*.

Вот дерево сортировки *Простым автоматом* множества чисел от 1 до 8, построенное по дереву вопросов П:



Итак, построив дерево вопросов и соответствующее ему дерево сортировки *Простым автоматом*, можно наверняка отгадать число из заданного множества за заданное число вопросов. При этом число вопросов будет наименьшим, если дерево вопросов (и дерево сортировки) будет наименьшей высоты, а наименьшая высота получается при сортировке *Половинным разделителем*. Значит, вопросы Угадывающего должны быть такими, чтобы ответы на них разделяли каждое множество *примерно пополам* — так, как разделяет *Половинный разделитель*. Используя такие вопросы, Угадывающий всегда отгадает загаданное число, задав наименьшее количество вопросов.

Такой метод поиска элемента в заданном множестве называется **методом половинного деления**.

213



Используя метод половинного деления, построй дерево Ш вопросов в игре *Угадай число от 1 до 16*. Построй дерево Б сортировки *Половинным разделителем* множества чисел от 1 до 16, соответствующее дереву Ш.

Сколько этапов в твоей сортировке? За сколько вопросов можно наверняка отгадать число от 1 до 16?

Пользуясь построенным деревом, сыграй с соседом две партии в игру *Угадай число от 1 до 16*.

214



Определи, за сколько вопросов можно наверняка отгадать число в игре *Угадай число от 1 до 25*. Чтобы ответить на вопрос, построй дерево сортировки *Половинным разделителем* множества чисел от 1 до 25.

Пользуясь построенным деревом, сыграй с соседом две партии в игру *Угадай число от 1 до 25* и проверь свои ответы.

215



Правила игры *Угадай букву* очень похожи на правила игры *Угадай число*. В игре *Угадай букву* Водящий загадывает букву русского алфавита.

Определи, за сколько вопросов можно наверняка отгадать букву в игре *Угадай букву*. Чтобы ответить на вопрос, построй дерево сортировки *Половинным разделителем*.

Пользуясь построенным деревом, сыграй с соседом две партии в игру *Угадай букву* и проверь свои ответы.

216

Сколько существует трёхзначных чисел, в запись которых входит ровно одна цифра 5?

217

Реши логическую задачу.

Жители двух соседних городов — города Рыцарей и города Лжецов — раз в год приезжают на ярмарку в город Хитрецов. Известно, что рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут, а хитрецы говорят правду через раз, т. е. из двух сказанных ими подряд предложений одно — правда, а другое — ложь. На ярмарке встретились трое из разных городов и затеяли спор:

Первый. *Один из нас рыцарь.*

Второй. *Да уж ты-то точно лжец.*

Третий. *Оба вы лжецы. Хотя я тоже не рыцарь.*

Определи, кто такие Первый, Второй и Третий, если точно известно, что все они живут в разных городах.

